



**Fundusze
Europejskie**
Wiedza Edukacja Rozwój

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



SCENARIUSZ LEKCJI

„Rozwiązywanie równań z wartością bezwzględną”

*Scenariusz opracowany w ramach projektu
„Powiślańska Szkoła Ćwiczeń – Kwidzyn”,
współfinansowanego ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój 2014-2020.*



SCENARIUSZ LEKCJI

- 1) **Przedmiot:** Matematyka
- 2) **Etap edukacyjny:** III
- 3) **Klasa:** I
- 4) **Czas trwania:** 90 minut (2x45 min)

- 5) **Temat lekcji:** Rozwiązywanie równań z wartością bezwzględną.

6) **Cele lekcji:**

Uczeń:

- potrafi powołać się na definicję wartości bezwzględnej oraz jej interpretację geometryczną przy rozwiązywaniu równań z wartością bezwzględną,
- potrafi rozwiązywać równania typu $|x - a| = b$, gdy a i b są określonymi liczbami rzeczywistymi. W tym, dla przypadków, gdy $b < 0$ wskazuje brak rozwiązań, powołując się na definicję wartości bezwzględnej,
- potrafi rozwiązać nierówność postaci $|x - a| \neq b$, gdy a i b są określonymi liczbami rzeczywistymi. W tym, dla przypadków, gdy $b < 0$ potrafi, powołując się na definicję wartości bezwzględnej, uzasadnić dlaczego rozwiązaniem jest $x \in R$.
- potrafi wskazać liczbę rozwiązań równania postaci $|x - a| = b$, bez jego rozwiązywania.
- potrafi rozwiązywać równania typu $|x - 3| + 2|x + 1| = 7$, poprzez rozważanie poszczególnych przypadków na osi liczbowej.

7) **Treści z podstawy programowej:**

Wymagania ogólne:

W zakresie sprawności rachunkowej:

- Nabieranie sprawności rachunkowej przy wykonywaniu obliczeń na liczbach rzeczywistych bez użycia kalkulatora.

W zakresie wykorzystania i interpretowania reprezentacji:

- Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.



- Wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego w przypadkach wymagających specjalnych zastrzeżeń, dodatkowych założeń, rozważenia szczególnych uwarunkowań.

W zakresie rozumowania i interpretacji:

- Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.

Wymagania szczegółowe:

- stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu: $|x + 4| = 5$;
- rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o stopniu trudności nie większym niż: $2|x + 3| + 3|x - 1| = 13$

8) Metody pracy z uczniami: wykład informacyjny, pogadanka, metoda przypadków, klasyczna metoda problemowa, metoda fiszek, kartoteka autodydaktyczna.

9) Środki dydaktyczne nauczyciela i uczniów: tablica, zbiór zadań, zestawy fiszek.

10) Przebieg lekcji:

Wprowadzenie do lekcji (3 minuty):

- Wykonanie czynności organizacyjno-porządkowych.
- Podanie tematu lekcji, krótkie omówienie celu i przebiegu lekcji:

Na dzisiejszej lekcji dowiemy się czym jest wartość bezwzględna liczby oraz wyjaśnimy i przećwiczymy jak rozwiązywać równania, w których występuje wartość bezwzględna.

Etap informacyjny lekcji (20 minut)

Nauczyciel podaje definicję wartości bezwzględnej liczby stosując interpretację geometryczną pojęcia:

Wartość bezwzględna liczby jest to odległość tej liczby od zera na osi liczbowej.

Wspomagając się osią liczbową narysowaną na tablicy podaje 2 przykłady wartości bezwzględnej dla liczb dodatnich, przy trzecim przykładzie pyta klasę o poprawną



odpowieź. Następnie podaje 2 przykłady dla liczb ujemnych, przypominając interpretację geometryczną, przy trzecim przykładzie pyta klasę o poprawną odpowiedź. Następnie nauczyciel zadaje pytanie o wartość bezwzględną liczby zero, poprawną odpowiedź pojedynczego ucznia warto nagrodzić "plusem" za aktywność. W tym momencie, nauczyciel informuje klasę, że mają podstawy do sformułowania formalnej definicji wartości bezwzględnej $|x|$ dla dowolnej liczby rzeczywistej x :

$$x = \begin{cases} x & \text{dla } x \geq 0 \\ -x & \text{gdy } x < 0 \end{cases}$$

w trakcie jej pisania odwołując się do przytoczonych przykładów, zwracając szczególną uwagę na przypadek gdy $x = 0$ oraz starając się, aby to uczniowie sami doszli do wariantu dla $x < 0$. Następnie nauczyciel poleca zanotować definicję formalną oraz dopisać, krótką notkę odnośnie interpretacji geometrycznej pojęcia. Kolejnym etapem jest przejście do równań typu $|x| = 5$, $|x| = 2$, zaznaczając przy tym, że w tym przypadku powinniśmy spodziewać się dwóch rozwiązań. Następnie nauczyciel powinien zapytać o rozwiązania równania: $|x| = 0$ oraz równań typu $|x| = -2$, $|x| = -7$.

W ramach podsumowania nauczyciel poleca zanotować sobie własność wartości bezwzględnej: *Dla dowolnego $x \in R$ $|x| \geq 0$.* W tym momencie nauczyciel wprowadza równania typu $|x - 3| = 5$, $|x + 2| = 7$, pokazując jak rozwiązać je w odniesieniu do definicji formalnej. Po 2-3 przykładach, pokazuje jak wykorzystać interpretację geometryczną do rozwiązywania tego typu równań: *Jeśli mamy do rozwiązania równanie postaci $|x - 5| = 4$ to możemy narysować sobie oś liczbową i wyobrazić sobie, że w punkcie $x = 5$ stoi łucznik. Patrzymy na równanie i widzimy, że zasięg jego strzału to 4, stąd wiemy, że jego strzały będą lądować w punktach $x = 5 - 4 = 1$ lub $x = 5 + 4 = 9$.* Dla sprawdzenia nauczyciel prosi o rozwiązanie taką metodą 2-3 innych przykładów, zwracając szczególną uwagę na znaki w przykładach typu $|x + 1| = 2$, $|x + 3| = 1$, gdzie "łucznik" stoi w pozycji $x = -1$ lub $x = -3$. W celu wzmocnienia przekazu "łucznik" z przytoczonego przykładu może zostać zastąpiony bardziej abstrakcyjnym lub absurdalnym przykładem. W tym celu dobrze sprawdza się "księżniczka rzucająca kamieniami". Wprowadzanie barwnej lub absurdalnej postaci będzie wzmocniać przekaz emocjonalny, a tym samym ułatwi zapamiętanie. Następnie nauczyciel wprowadza nierówności, ucząc ich rozwiązywania poprzez rozwiązywanie analogicznego równania. Przykłady zaczynając od typu $|x| \neq 7$, kończąc



na przykładach typu $|x - 5| \neq 3$, $|x + 3| \neq 7$. Następnie, pytając w pierwszej kolejności klasę rozważa nierówności typu $|x| \neq -5$, $|x + 1| \neq -2$. Wszystkie rozwiązania równań i nierówności nauczyciel prezentuje z użyciem osi liczbowej (szczególnie w przypadku nierówności) oraz notacji matematycznej z zastosowaniem operatorów logicznych.

Etap ćwiczeniowy I (utrwalający) (15 minut)

Do utrwalenia informacji z poprzedniego etapu nauczyciel poleca uczniom wykonanie zadań z podręcznika lub celu urozmaicenia etapu utrwalenia informacji nauczyciel może posłużyć się fiszkami z pytaniami. Odpowiedzi do pytania umieszczamy na odwrocie fiszki. Przykładowe zadania:

Rozwiązać równanie (typy równań: $|x - 1| = 2$, $|x + 1| = 3$, $|x| = 7$, $|x| = 0$, $|x| = -1$)

Rozwiązać nierówność (typu: $|x - 3| \neq 7$, $|x + 4| \neq 5$, $|x + 1| \neq -1$)

Ile rozwiązań ma równanie (typy równań $|x + 1| = 3$, $|x| = 7$, $|x| = -1$)

Ile rozwiązań ma nierówność (typu: $|x + 1| \neq 6$, $|x + 1| \neq -2$)

Zaznacz na osi rozwiązanie równania (typu $|x| = 0$, $|x + 1| = 5$)

Zaznacz na osi rozwiązanie nierówności (typu $|x| \neq 0$, $|x + 7| = 3$)

W celu weryfikacji postępów nauczyciel może odpytywać z fiszek klasę sprawdzając jak szybko są w stanie udzielić poprawnej odpowiedzi (Np. ile fiszek zostanie odgadniętych w ciągu 5 minut) albo rozdać określoną liczbę fiszek każdemu z uczniów do indywidualnego przestudiowania w zadanym oknie czasowym.

Etap ćwiczeniowy II (rozumienie i interpretacja poznanych pojęć) (20 minut)

Nauczyciel stawia przed uczniami problem jak rozwiązać równania typu:

$$2|x - 2| = 5, -3|x + 1| = -2 \text{ oraz równania typu } |2x - 4| = 4, |3x + 1| = 2,$$

w razie problemów nakierowując uczniów na właściwy sposób podejścia do tego typu zagadnień.

Etap ćwiczeniowy III (synteza wiedzy) (25 minut)

Na koniec ćwiczeń nauczyciel prosi uczniów o przeanalizowanie równania np.:

$$|x + 1| + 2|x - 2| = 6,$$

udzielając wskazówki, że należy odnieść się do definicji wartości bezwzględnej



Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



oraz, że rozpisanie przypadków na osi liczbowej ułatwia rozwiązywanie tego typu równań.

W celu zwiększenia motywacji można poinformować klasę, że pierwsza osoba, której uda się rozwiązać zadanie w przeciągu 10 minut zostanie nagrodzona oceną bardzo dobrą. Pozostałe 15 minuty nauczyciel poświęca na wyjaśnienie całej klasie zagadnienia, oraz kolejne przykłady o podobnym stopniu trudności, zwracając szczególną uwagę na kwestię tego, żeby rozważone przypadki uwzględniały wszystkie liczby rzeczywiste, w tym na nieskończone końce przedziałów oraz (dla zaprezentowanego przykładu) wartości $x = -1$ i $x = 2$.

Etap podsumowujący (7 minut)

Na koniec lekcji nauczyciel podsumowuje zaprezentowany materiał, przypominając nazwy pojęć i typy równań. Zadaje zadania do przeciwiczenia w domu – szczególnie polecając własnoręczne przygotowanie fiszek z zadaniami analogicznymi do tych z lekcji oraz z definicją wartości bezwzględnej. Dobrze jest również zasugerować wymienianie się fiszkami pomiędzy uczniami, dzięki czemu mniejszym nakładem pracy będą operować na większej liczbie przykładów. Nauczyciel może, szczególnie uczniom mającym problemy, polecić skonstruowanie kartoteki autodydaktycznej do pracy z fiszkami.