



**Fundusze
Europejskie**
Wiedza Edukacja Rozwój

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



SCENARIUSZ LEKCJI

„Geometria analityczna”

*Scenariusz opracowany w ramach projektu
„Powiślańska Szkoła Ćwiczeń – Kwidzyn”,
współfinansowanego ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój 2014-2020.*



SCENARIUSZ LEKCJI

- 1) **Przedmiot:** Matematyka
- 2) **Etap edukacyjny:** III
- 3) **Klasa:** III
- 4) **Czas trwania:** 90 (2x45) min
- 5) **Temat lekcji:** Geometria analityczna.
- 6) **Cele lekcji:**
 - Zapoznanie uczniów z działem matematyki jakim jest geometria analityczna z podkreśleniem różnic w stosunku do geometrii klasycznej;
 - Zapoznanie uczniów z analityczną reprezentacją prostej, okręgu i koła na płaszczyźnie;
 - Zapoznanie uczniów z podstawowymi zależnościami występującymi w geometrii analitycznej: odległością między dwoma punktami, odległością między punktem a prostą;
 - Wskazanie związków między równaniami prostej i okręgu a położeniem tych obiektów względem siebie;
 - Zapoznanie uczniów z analitycznymi zależnościami w przekształceniach symetrycznych;
 - Wyrobienie odpowiednich intuicji analitycznych wśród uczniów, w szczególności poprawnej interpretacji wielu rozwiązań równań uzyskanych metodami analitycznymi;

7) **Treści z podstawy programowej:**

Wymagania ogólne:

Sprawności rachunkowa

- Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych;

Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji:

- Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych;



- Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych;
- Wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego w przypadkach wymagających specjalnych zastrzeżeń, dodatkowych założeń, rozważenia szczególnych uwarunkowań;

Rozumowanie i argumentacja:

- Przeprowadzanie rozumowań, także kilkietapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.
- Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności;
- Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych;

Wymagania szczegółowe:

Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:

- posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu itp.);
- posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$;
- oblicza odległość punktu od prostej;
- znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;
- wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).

8) Metody pracy z uczniami: wykład informacyjny, pogadanka, klasyczna metoda problemowa, metoda przypadków, metoda naprzemiennych ćwiczeń, metoda majstersztyku.

9) Środki dydaktyczne nauczyciela i uczniów: tablica, zbiór zadań, karta pracy.



10) Przebieg lekcji

Etap wstępny (3 minuty)

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i krótkie omówienie jej przebiegu:

Tematem dzisiejszej będzie geometria analityczna – dział matematyki, który traktuje obiekty geometryczne jako zbiory punktów na płaszczyźnie opisując je za pomocą równań i zależności, co pozwala np. na dokładne obliczenia położenia punktów na płaszczyźnie z zastosowaniem działań algebraicznych...

Etap informacyjny (40 minut)

Nauczyciel zaczyna od zdefiniowania wzoru na odległość między dwoma punktami – dzięki temu uczniowie zaczynają się przyzwyczajać do tego, że punkt na płaszczyźnie określa uporządkowana para liczb: (x, y) . Warto wyjaśnić uczniom, że wzór ten bierze się bezpośrednio z twierdzenia Pitagorasa, dzięki temu łatwiej go zapamiętać. Teraz gdy uczniowie wiedzą, że punkty opisują pary liczb nauczyciel może przypomnieć, że funkcja liniowa posiada równanie:

$$y = ax + b$$

Nauczyciel w formie pogadanki powinien dojść z uczniami do wniosku, że takie równanie opisuje dowolną prostą na płaszczyźnie z wyłączeniem prostych pionowych. W ten sposób może łatwo uzmysłowić potrzebę wprowadzenia równania prostej w postaci ogólnej:

$$Ax + By + C = 0$$

Warto też przypomnieć, że $a = \operatorname{tg}(\alpha)$ oraz definicję tangensa dla dowolnego kąta, dodatkowo nauczyciel przypomina zależność zmieniającą wzór funkcji przy translacji o wektor. Na tej podstawie można ułatwić zapamiętanie wzoru na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$ tłumacząc to w następujący sposób:

Prosta, nie pionowa przechodząca przez początek układu współrzędnych, ma równanie:

$$y = ax$$



Zatem przesuając ją do punktu A (względnie B) mamy:

$$y = a(x - x_A) + y_A$$

Współczynnik kierunkowy jest tangensem kąta nachylenia czyli

$$y = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}(x - x_A) + y_A$$

Stąd wzór w postaci ogólnej, a zatem uwzględniający proste pionowe, ma postać:

$$(y - y_A)(x_A - x_B) = (y_A - y_B)(x - x_A)$$

Następnie nauczyciel przypomina definicję odległości punktu od prostej i podaje analityczny wzór na jego obliczanie zwracając szczególną uwagę na to, że znajdująca się w nim wartość bezwzględna gwarantuje, że wartość ta będzie nieujemna. W tym momencie warto zrobić kilka przykładów obliczania odległości punktu od prostej, oraz przypomnieć uczniom kiedy dwie proste są do siebie równoległe, a kiedy prostopadłe na podstawie współczynnika kierunkowego. Po kilku przykładach nauczyciel przypomina klasie definicję okręgu jako zbioru punktów równoodległych od środka i na tej podstawie odwołując się do już poznanego wzoru na odległość między punktami wyprowadza równanie okręgu (w postaci kanonicznej). Następnie wymnażając odpowiednie potęgi pokazuje uczniom wzór ogólny okręgu i definiuje związki między nimi. W formie problemu zadaje uczniom pytanie o to jak opisać koło na płaszczyźnie oraz naprowadza uczniów na to aby określili warunek na to aby równanie ogólne faktycznie opisywało okrąg. W kolejnej części wykładu nauczyciel omawia zagadnienie wzajemnego położenia prostej i okręgu, oraz dwóch okręgów. Ostatnim etapem wykładu jest przedstawienie uczniom zależności analitycznych opisujących symetrie względem osi układu i środka. Nauczyciel następnie przedstawia przykład znajdowania obrazu symetrii odcinka poprzez znalezienie obrazu jego końców. W formie problemowej stawia uczniom pytanie w jaki sposób znaleźć analitycznie obraz dowolnego wielokąta oraz okręgu.

Etap ćwiczeniowy (44 minuty)

Korzystając z kart pracy, podręcznika i zbioru zadań nauczyciel omawia z uczniami różne typy zadań, początkowo razem z uczniami przy tablicy, później poleca pracę samodzielną – zadania warto przeplatywać tematycznie zgodnie z zasadą naprzemiennych ćwiczeń.



Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



Warto również zwrócić uwagę uczniom aby starali się zapamiętywać poszczególne wzory tak aby nie musieć korzystać z notatek w trakcie rozwiązywania zadań – szczególnie warto podkreślić, że takie podejście pozwala nauczyć się szybciej rozwiązywać zadania, a przez to oszczędzać czas np. na egzaminie maturalnym, ograniczając konieczność stosowania tablic matematycznych.

Etap podsumowujący (3 minuty)

Nauczyciel krótko podsumowuje informacje, które zostały zaprezentowane na lekcji – ze względu na obszerność materiału, poleca metodę majstersztyku do utrwalenia wiedzy teoretycznej.